① HCF & ② LCM

Mix. ③

DIVISIBILITY RULES
विभाज्यता के नियम

2^n — last n digit

❖ 2 – Last digit should be divisible by 2.

2 - अंतिम अंक 2 से विभाज्य होना चाहिए।

13516 ✓ 17855 ✗

2^2

❖ 4 – last two digit should be divisible by 4.

4 - अंतिम 2 अंक 4 से विभाज्य होना चाहिए।

✓ 9728 793586 ✗ 1234564

2^3

❖ 8 – Last three digit should be divisible by 8.

8 - अंतिम 3 अंक 8 से विभाज्य होना चाहिए।

593463 ✗ 425328 ✓ 12345512 ✓

- 16 – Last four digit should be divisible by 16.
  16 - अंतिम 4 अंक 16 से विभाज्य होना चाहिए।
  67891232 98718364 123454096

- 3 – Sum of digits should be divisible by 3.
  अंकों का योग 3 से विभाज्य होना चाहिए।
  4386 5437 123456

- 9 – Sum of digits should be divisible by 9
  अंकों का योग 9 से विभाज्य होना चाहिए।
  50769 × 356468792 18273645

14

Last n digit

- 5 – Last digit should be 0/5
  5 - अंतिम अंक 0/5 होना चाहिए
  971831235 12345 567823

- 25 – Last two digit should be divisible by 25
  25 - अंतिम दो अंक 25 से विभाज्य होने चाहिए
  983787 1234575 98746325

- 125 – Last three digit should be divisible by 125.
  125- अंतिम 3 अंक 125 से विभाज्य होने चाहिए
  694375 123625 189456825

Divisibility Rule of 7, 11, 13

Make pair of 3 digits from RHS add alternate pairs & take difference/ RHS से 3 अंकों की जोड़ी बनाएं, वैकल्पिक जोड़े जोड़ें और अंतर लें

If difference is divisible by 7, 11, 13 then no will be divisible by 7, 11, 13 respectively./ यदि अंतर 7, 11, 13 से विभाज्य है तो कोई भी संख्या क्रमशः 7, 11, 13 से विभाज्य होगी

Check if following number are divisible by 7, 11, 13
जांचें कि क्या निम्नलिखित संख्याएं 7, 11, 13 से विभाज्य हैं

005922	6489
380247	68761 573573

Divisibility Rule of 11

Add even place digits, Add odd place digits take the difference of sum if difference is divisible by 11 or zero then number is divisible by 11

सम स्थान के अंकों को जोड़ें, विषम स्थान के अंकों को जोड़ें, योग का अंतर लें यदि अंतर शून्य है या 11 से विभाज्य है तो संख्या 11 से विभाज्य है

166452

$12 - 12 = \frac{0}{11}$

7945938

$28 - 17 = \frac{11}{11}$

- **Before we go in detail of HCF & LCM let us understand the basics terminology.**
  इससे पहले कि हम HCF और LCM के बारे में विस्तार से जानें, आइए मूल शब्दावली को समझें।

Highest Common factor
Greatest Common Divisor

महत्तम समापवर्त्य

HCF

12

→ Multiple (गुणज) या पहाड़े | Table. → 12, 24, 36, - - - - - - - ∞ संख्या अनन्त

→ Factor (or Divisor) → गुणनखण्ड, भाजक → 1, 2, 3, 4, 6, 12 finite | निश्चित

16 → 1, 2, 4, 8, 16

12 → 1, 2, 3, 4, 6, 12

1, 2, 4

Highest Common factor ⇒ 4

গ/০৪

GCD

- **Factor:- factor in mathematics, a number that divides another number or expression evenly – i.e. with no remainder./गुणनखंड:- गणित में गुणनखंड, एक संख्या जो किसी अन्य संख्या या अभिव्यक्ति को समान रूप से विभाजित करती है - अर्थात बिना किसी शेषफल के।**

- **Common factor:- if two number 'X' and 'Y' are divisible by another number say 'A' then 'A' is called common factor of 'X' and 'Y'./उभयनिष्ठ गुणनखंड:- यदि दो संख्याएँ 'X' और 'Y' किसी अन्य संख्या जैसे 'A' से विभाज्य हैं, तो 'A' को 'X' और 'Y' का उभयनिष्ठ गुणनखंड कहा जाता है।**

- **Multiple:- A multiple of a number is the product obtained when the number is multiplied by another number.**
  गुणजः- किसी संख्या का गुणज वह गुणनफल है जो तब प्राप्त होता है जब उस संख्या को किसी और संख्या से गुणा किया जाता है।

- HCF(Highest common factor) or GCD(Greatest common divisor)
  म॰स॰प॰ (महत्तम उभयनिष्ठ गुणनखंड) या GCD (सबसे बड़ा उभयनिष्ठ भाजक)

- HCF is the greatest common factor of two or more number which divide both of them.
  म॰स॰प॰ वह बड़ी से बड़ी उभयनिष्ठ संख्या है जो दो या दो से अधिक संख्याओं को पूर्णतः विभाजित करती है?

Example: HCF of 4 and 12 is 4

Properties of HCF/GCD

- HCF of two or more numbers can not be greater than the smallest number.
  दो या दो से अधिक संख्याओं का महत्तम समापवर्तक कभी भी छोटी संख्या से ज्यादा नही हो सकता है।

Properties of HCF/GCD

- HCF of any two prime or co-prime numbers is always 1.
  दो अभाज्य या सह अभाज्य संख्याओं का महत्तम समापवर्तक हमेशा 1 होता है।

Properties of HCF/GCD

- If 2 or more number are even their HCF will be even. If any one no. is odd their HCF can not be even.
  यदि 2 या अधिक संख्याएँ सम हैं तो उनका म॰स॰प॰ सम होगा। यदि उनमें से कोई संख्या विषम है तो उनका म॰स॰प॰ सम नहीं हो सकता।

Properties of HCF/GCD

- If two number are 'A' and 'B' and there HCF be 'X' then X will completely divide A, B, (A + B), (A – B), (LCM of A and B)
  यदि दो संख्याएं 'A' और 'B' हैं और उनका म॰स॰प॰ 'X' है तो 'X', A, B, (A + B), (A – B) तथा (LCM of A and B) को पूरी तरह से विभाजित करेगा।

Method to find the HCF/म॰स॰प॰ ज्ञात करने की विधी

- Factorization method/गुणनखंड विधी
- Difference method/अंतर विधी | अपना
- Long division method/भाग विधी

TYPE – 01

Long division method/भाग विधी

1. **Find the HCF of 25 and 35.**

25) 35 (1
−25
10) 25 (2
−20
5) 10 (2
−10
0 → शेषफल

Remainder

अंतिम भाजक

Last Divisor

↓

HCF = 5 → GCD

2. Find the HCF of 39 and 65.

39) 65 (1
-39
26) 39 (1
-26
13) 26 (2
-26
0

HCF = 13

2. **Find the HCF of 39 and 65.**

39) 65 (1
−39
26) 39 (1
−26
13) 26 (2
−26
0

HCF = 13

3. Finding the HCF by long division method of two numbers the sequence of quotient from top to bottom is 2, 1 & 3 and the last divisor is 35. Find both the numbers.

लम्बी भाग विधि द्वारा म.स.प. (HCF) निकालते समय ऊपर से नीचे भागफल का क्रम 2, 1, 3 है और आखिरी भाजक 35 है। दोनों संख्याएँ ज्ञात करो।

(a) 140,385

(b) 135,240

(c) 170,245

(d) 240,270

$35 \times 3 + 0 = 105$

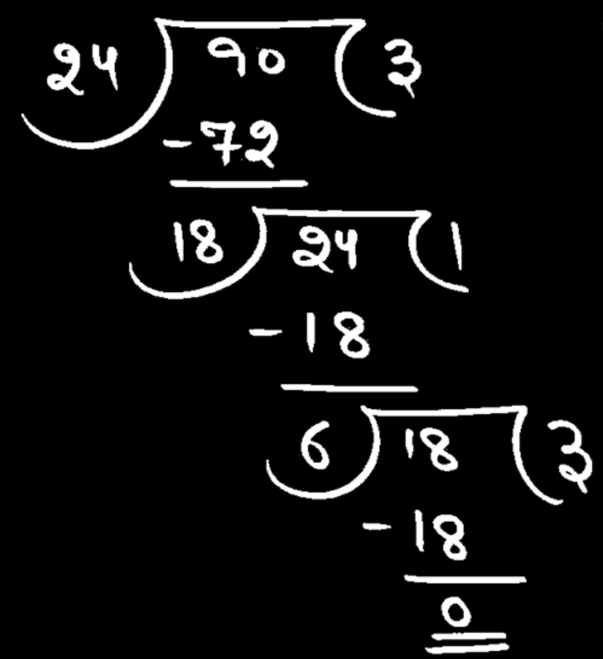
$105 \times 1 + 35 = 140$

$140 \times 2 + 105 = 385$

140) 385 (2
−280

105) 140 (1
−105

35) 105 (3
−105
0



4. Finding the HCF by long division method the sequence of quotient from top to bottom is 3, 1, 3 and the last divisor is 6. Find the sum of both the numbers.
लम्बी भाग विधि द्वारा म.स.प. (HCF) निकालते समय ऊपर से नीचे भागफल का क्रम 3, 1, 3 है और आखिरी भाजक 6 है। दोनों संख्याओं का योग ज्ञात करो।

$6 \times 3 + 0 = 18$

$18 \times 1 + 6 = 24$

$24 \times 3 + 18 = 90$

(a) 114
(b) 115
(c) 125
(d) 120

$16 \times 5 + 0 = 80$

$80 \times 8 + 16 = 656$

$656 \times 9 + 80 = 5984$

6640

5. Finding the HCF by long division method of two numbers the sequence of quotient from top to bottom is 9, 8, 5 and the last divisor is 16. Find the sum of two no's.
लम्बी भाग विधि द्वारा म.स.प. (HCF) निकालते समय ऊपर से नीचे भागफल का क्रम 9, 8, 5 है और आखिरी भाजक 16 है। दोनों संख्याओं का योग ज्ञात करो।

(a) 114
(b) 6640
(c) 125
(d) 2241

5 , 3 , 2

HCF ⇒ 12

$12 \times 2 + 0 = 24$

$24 \times 3 + 12 = 84$

$84 \times 5 + 24 = 444$

420

528

TYPE - 02

Factorization method/गुणनखंड विधी

1. **Find the HCF of 75 and 243**

$75 \rightarrow 3^1 \times 5^2$

$243 \rightarrow 3^5$

3	75
5	25
5	5
	1

3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

HCF = 3^1

2. **Find the HCF of 238 and 832.**
238 और 832 का HCF ज्ञात कीजिए।

2	238
7	119
17	17
	1

2	832
2	416
2	208
2	104
2	52
2	26
13	13
	1

$238 \rightarrow 2^1 \times 7 \times 17$

$832 \rightarrow 2^6 \times 13$

$HCF = 2^1$

(a) 16

(b) 8

(c) 2

(a) 14

3. If $P = 2^3 \times 3^{10} \times 5$, $Q = 2^5 \times 3 \times 7$, then HCF of P and Q is:
यदि $P = 2^3 \times 3^{10} \times 5$, $Q = 2^5 \times 3 \times 7$, तो P और Q का HCF है:

(a) $2 \times 3 \times 5 \times 7$
(b) 3×2^3
(c) $2^2 \times 3^7$
(d) $2^5 \times 3^{10} \times 5 \times 7$

HCF = $2^3 \times 3^1$

4. Find the HCF of $2 \times 3^2 \times 5^2$, $5 \times 3 \times 2^2$ and $5^2 \times 3 \times 2^2$.

$2 \times 3^2 \times 5^2$, $5 \times 3 \times 2^2$ और $5^2 \times 3 \times 2^2$ का HCF ज्ञात कीजिए।

$HCF = 2^1 \times 3^1 \times 5^1$

(a) 150

(b) 30

(c) 60

(d) 90

5. If the HCF of three numbers 144, x and 192 is 12, then the number x cannot be ?

यदि तीन संख्याओं 144, x और 192 का म.स. 12 है, तो संख्या x नहीं हो सकती ?

$2^4 \times 3^2$, $2^4 \times 3^1$, $2^6 \times 3^1$

HCF = $2^2 \times 3$

(a) 180 → $2^2 \times 3 \times 3 \times 5$ ← $2^2 \times 3 \times 5$

(b) 84 → 12×7 ← 12×7

(c) 60 → 12×5 ← $2^4 \times 3$

(d) 48 → 16×3 ← 2^4

6. If the HCF of three numbers 108, x and 144 is 12, then the number x cannot be ?

यदि तीन संख्याओं 108, x और 144 का म.स. 12 है, तो संख्या x नहीं हो सकती ?

108 , x , 144

$2^2 \times 3^3$, $2^2 \times 3^1$, $2^4 \times 3^2$

2^3

2^4

2^5

2^6

HCF ⇒ $2^2 \times 3^1$

$3^1 \times 2^2 \times 5$ ← (a) 60

$2^3 \times 3^2$ ← (b) 72

$2^5 \times 3^1$ ← (c) 96

$2^4 \times 3^1$ ← (d) 48

$117, \quad x, \quad 156$

HCF = 13

$3^2 \times 13, \quad 13 \times n, \quad 13 \times 2^2 \times 3$

$n = 3^x$

$13 \times 5 \quad 65$

$13 \times 7 \quad 91$

$13 \times 3 \longleftarrow 39$

$13 \times 8 \quad 104$

HCF = 13

$136 \quad , \quad x \quad , \quad 204$

$17 \times \underline{2}^3 \quad , \quad 17 \times \quad , \quad 17 \times \underline{2}^2 \times 3$

HCF = 17

HCF = 17

$119 \longrightarrow 17 \times 7$

$\times 68 \longrightarrow 17 \times 4$

$153 \longrightarrow 17 \times 3^2$

$187 \rightarrow 17 \times 11$

TYPE - 03

Difference method/अंतर विधी

20 45

Diff. → d = 25

factor 5 → HCF = 5

25×5

1. **Find the HCF of 28 and 63.**

28 63

Diff → 35 ✓

1 × 35

5 × 7 → HCF.

2. **Find the HCF of 39 and 65.**

39 65

26

1 ~~26~~

~~2~~ 13 → HCF = 13

26

E × O = Even

3. Find the number of possible HCF values for N, N + 25 ?
N, N + 25 के लिए म.स.प. के सम्भावित मान होंगे?

$N, N + 25$

25 → 1, 5, 25

(a) 2
(b) 3
(c) 4
(d) 5

4. Find the number of possible HCF values for N, N + 240 ?
N, N + 240 के लिए म.स.प. के सम्भावित मान होंगे?

(a) 12
(b) 13
(c) 20
(d) 18

२५० ⇒ $2^1 \times 3^1 \times 5^1$

$5 \times 2 \times 2$

२०

२५०

TYPE – 04

Mislanneous

HCF → ?

×

1. Find the HCF of 364 and 724.
364 और 724 का HCF ज्ञात कीजिए।

$2^2 \times \cancel{7} \times \cancel{13}$, $2^2 \times$

4×91 $\quad$ 4×181

(a) 6
(b) 2
(c) 4
(d) 364

HCF = $2^2 \rightarrow 4$

2. **Find the HCF of 240 and 6552.**
240 और 6552 का HCF ज्ञात कीजिए।

(a) 16 ✗

(b) 24 → 8 × 3

(c) 8 ✗

(d) 36 → 4 × 9 ✗

240 , 6552

$2^4 \times 3 \times 5$,

HCF ⇒ 3 ×

3. Find the HCF of 155 and 1385
155 और 1385 का HCF ज्ञात कीजिए।

1395

(a) 5
(b) 3 ×
(c) 277 ×
(d) 155

5 × 31

HCF = 5

4. Find the HCF of 2040 and 391.
391 और 2040 का HCF ज्ञात कीजिए।

17×23 17×120

HCF = 17

(a) 23
(b) 17
(c) 120
(d) 391

5. Find the HCF of 60, 148 and 382

60, 148 तथा 382 का म॰स॰प॰ ज्ञात करो।

(a) 2

(b) 6 → 2×3

(c) 4

(d) 24

4 × 6

HCF ⇒ 2

6. Find the HCF of 98, 175 and 210

98, 175 तथा 210 का म॰स॰प॰ ज्ञात करो।

(a) 6

(b) 5

(c) 7

(d) 3

HCF ⇒

7. Find the HCF of 216, 288 and 720
216, 288 तथा 720 का म॰स॰प॰ ज्ञात करो।

(a) 72

(b) 36

(c) 64

(d) 82

HCF = 9

8. Find the HCF of 105, 335 and 465
105, 335 तथा 465 का म॰स॰प॰ ज्ञात करो।

(a) 11 ✓

(b) 5

(c) 7 ✗

(d) 3 ✓

HCF = 5

9. Find the HCF of 222, 642 and 1062

222, 642 तथा 1062 का म॰स॰प॰ ज्ञात करो।

(a) 6 → 2 × 3

(b) 8 ×

(c) 4 ×

(d) 2 ✓

10. Find the HCF of 1026, 2268 and 2430

1026, 2268 तथा 2430 का म॰स॰प॰ ज्ञात करो।

(a) 108 → 27 × 4

(b) 54 → 27 × 2

(c) 81 → 27 × 3

(d) 27 → 27 × 1

2

HCF → 2 × k

Diff. →

20 , 25 , 45 , 55

5 → HCF

↓

f

11. Find HCF of/का म.स.प. ज्ञात करो

216, 423, 1215, 1422, 2169, 2223

(a) 9

(b) 10

(c) 11

(d) 1

11. Find HCF of/का म.स.प. ज्ञात करो

216, 423, 1215, 1422, 2169, 2223

54

54

1

1

~~2~~ ~~54~~

~~27~~

3 ~~18~~

~~6~~ 9

12. Find the greatest number which can divide 390, 395 and 300 without leaving a remainder?
वह सबसे बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे 390, 395 और 300 को बिना कोई शेष बचे विभाजित किया जा सके?

300, 390, 395

5

(a) 5
(b) 15
(c) 25
(d) 356

45 , 55

HCF = 5

13. If the HCF of 45 and 55 is expressible in the for of 55 × 5 + 45m, then what is the value of m?
यदि 45 और 55 का HCF, 55 × 5 + 45m के रूप में व्यक्त किया जा सकता है, तो m का मान क्या है?

(a) 5
(b) – 6
(c) – 5
(d) 6

$55 \times \cancel{5}^{1} + \cancel{45}^{9} \times m = \cancel{5}^{1}$

$55 + 9m = 1$

$\cancel{9}m = -\cancel{54}$

$m = -6$

14. If the HCF of 65 and 117 is expressible in the form 65m – 117, then find the value of m.

यदि 65 और 117 का HCF, 65m – 117 के रूप में व्यक्त किया जा सकता है, तो m का मान ज्ञात कीजिए।

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

65, 117

HCF = 13

$\overset{5}{65}m - \overset{9}{117} = \overset{1}{13}$

$5 \times m = 10$

$m = 2$

65 , 117

HCF = 13

15. HCF of 65 and 117 is express in the form of 65m + 117n. Then find the value of m, n.
65 और 117 का HCF को 65m + 117n के रूप में संयोजित किया जाता है, m और n का मान बताओ?

$65 \times \underset{2}{m} + 117 \times \underset{-1}{n} = 13$

$130 - 117 = 13$

m, n

(a) 2, – 1
(b) 1, – 2
(c) 1, 2
(d) 2, 1